



**ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΟΡΓΑΝΩΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ**  
**8<sup>ο</sup> ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΥ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΥ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ '96**  
**2<sup>η</sup> ΠΡΟΚΑΤΑΡΤΙΚΗ ΦΑΣΗ**

**ΘΕΜΑ ΛΥΚΕΙΟΥ**

Το παιχνίδι NIM παίζεται με δύο "παίκτες" (παίκτης A και παίκτης B) και με ένα σωρό σπέρτα. Οι δύο παίκτες παίρνουν εναλλάξ μέχρι και τα μισά σπέρτα κάθε φορά. Για παράδειγμα αν τα σπέρτα είναι 16 ή 17, μπορούν να πάρουν από 1 έως και 8 σπέρτα. Ο παίκτης που παίρνει το τελευταίο σπέρτο χάνει. Να γραφεί πρόγραμμα σε μία από τις επιτρεπτές γλώσσες προγραμματισμού το οποίο να:

α) διαβάζει από το πληκτρολόγιο:

1. Το πλήθος N του σωρού των σπέρτων ( $N < 1.000.000$ ).
2. Το πλήθος των σπέρτων εναλλάξ για τους παίκτες A και τον παίκτη B που παίρνουν κάθε φορά. Πάντα πρώτος παίρνει ο παίκτης A.

β) 1. Να εμφανίζει τον παίκτη που κέρδισε.

2. Να υπολογίζει και να εμφανίζει τον καλλίτερο αριθμό σπέρτων για τον παίκτη B κάθε φορά, ώστε να κερδίσει τον παίκτη A.

π.χ. Εστω ότι δίνεται ο αριθμός σπέρτων  $N=21$ .

Ο παίκτης A παίρνει τη πρώτη φορά 5 σπέρτα.

Ο παίκτης B παίρνει τη πρώτη φορά 6 σπέρτα.

Ο παίκτης A παίρνει τη δεύτερη φορά 4 σπέρτα.

Ο παίκτης B παίρνει τη δεύτερη φορά 3 σπέρτα.

Ο παίκτης A παίρνει τη τρίτη φορά 1 σπέρτο.

Ο παίκτης B παίρνει τη τρίτη φορά 1 σπέρτο.

Μένει ένα σπέρτο που υποχρεωτικά το παίρνει ο παίκτης A ο οποίος και χάνει.

Μία 2<sup>η</sup> παραλλαγή του παιχνιδιού NIM είναι να κερδίζει όποιος παίκτης πάρει το τελευταίο σπέρτο. Να επεκτείνεται το πρόγραμμά σας ώστε να διαβάζει από το πληκτρολόγιο:

- Το πλήθος N του σωρού των σπέρτων ( $N < 1.000.000$ ).
- Τον παίκτη που θα αρχίσει να παίζει πρώτος (π.χ. A ή B).
- Το πλήθος των σπέρτων εναλλάξ που παίρνει ο κάθε παίκτης κάθε φορά και ζητείται να:
- εμφανίζει τον παίκτη που κέρδισε.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ - ΔΙΑΡΚΕΙΑ 3 ΩΡΕΣ**



ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΟΡΓΑΝΩΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ  
8<sup>ο</sup> ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΥ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΥ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ '96  
ΤΕΛΙΚΗ ΦΑΣΗ

ΘΕΜΑ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Ως γνωστόν η πράξη της πρόσθεσης μεταξύ των ακεραίων αριθμών στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης γίνεται ψηφίο προς ψηφίο ξεκινώντας από τα ψηφία με τη μικρότερη δεκαδική αξία. Τα ψηφία των αριθμών σαρώνονται από τα δεξιά προς τα αριστερά και προστίθενται ένα προς ένα, γράφοντας το άθροισμά τους. Όταν προκύπτει ενδιάμεσο αποτέλεσμα μεγαλύτερο ή ίσο του δέκα γράφουμε το ψηφίο των μονάδων του αθροίσματος και προσθέτουμε το ή τα κρατούμενα στην αμέσως επόμενη πρόσθεση ψηφίων.

Κατά ανάλογο τρόπο, αλλά αφαιρώντας γίνεται η πράξη της αφαίρεσης.

Στον πολλαπλασιασμό πολλαπλασιάζουμε το κάθε ψηφίο του πολλαπλασιαστή με τον πολλαπλασιαστέο ξεκινώντας από εκείνο με τη μικρότερη αξία. Γράφουμε το αποτέλεσμα και συνεχίζουμε με τα επόμενα ψηφία, προσέχοντας όμως το κάθε μερικό γινόμενο να τοποθετείται κατά μία θέση αριστερότερα. Στο τέλος αθροίζουμε τα μερικά γινόμενα, όπως αυτά έχουν τοποθετηθεί.

Παραδείγματα:

1)

Βήμα-1	Κρατ. 0	Βήμα-2	κρατ.	Βήμα-3	κρατ.	Βήμα-4
456		456	κρατ.	456	κρατ.	456
+672		+672		+672		+672
<u>8</u>		<u>28</u>		<u>128</u>		<u>1128</u>

2)

Βήμα-1	Βήμα-2	Βήμα-3
45	45	45
×23	×23	×23
<u>135</u>	<u>135</u>	<u>135</u>
	90	+ 90
		<u>1035</u>

Να γραφεί πρόγραμμα σε μία από τις επιτρεπτές γλώσσες προγραμματισμού το οποίο να:

1. διαβάσει από το πληκτρολόγιο δύο αριθμούς ακέραιους και θετικούς με το πολύ 35 ψηφία ο καθένας, τους Α και Β και το είδος της πράξης που επιθυμούμε. (υπόδειξη: οι αριθμοί να εισάγονται ως σειρά χαρακτήρων)
2. υπολογίζει βήμα προς βήμα το αποτέλεσμα της πρόσθεσης, της αφαίρεσης και του πολλαπλασιασμού (όπως στα ανωτέρω παραδείγματα).
3. εμφανίζει όλα τα αποτελέσματα του κάθε βήματος της κάθε πράξης ξεχωριστά και σε ξεχωριστή θέση το ή τα τυχόν κρατούμενα, έως ότου ολοκληρωθεί όλη η πράξη.

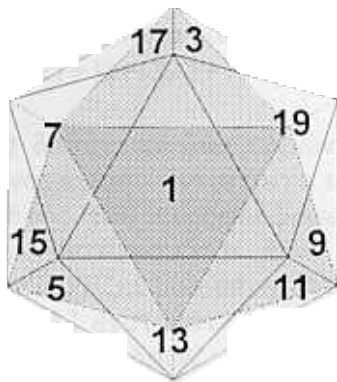
ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ - ΔΙΑΡΚΕΙΑ 3 ΩΡΕΣ



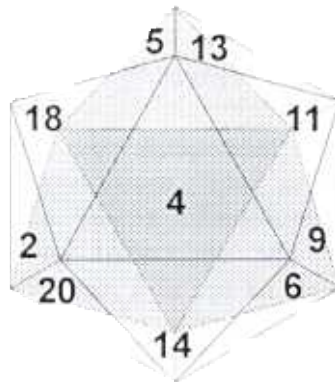
ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΟΡΓΑΝΩΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ  
8ου ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΥ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΥ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

ΘΕΜΑ ΤΕΛΙΚΗΣ ΦΑΣΗΣ - Αθήνα 18 Μαΐου 1996

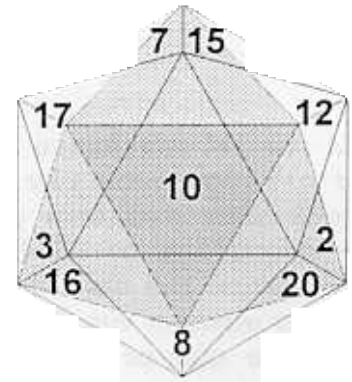
Δίνεται ένα κανονικό εικοσάεδρο. Οι έδρες του είναι αριθμημένες από 1 έως 20 όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα



(α)



(β)



(γ)

Προσοχή: Οι έδρες 6 και 16 είναι γειτονικές (δεν φαίνεται στο σχήμα).

Σχήμα

Ένα μυρμήγκι κινείται πάνω στο εικοσάεδρο. Για να μετακινηθεί το μυρμήγκι από μία έδρα  $x$  προς μια άλλη έδρα  $y$  ακολουθεί ένα *μονοπάτι*, το οποίο είναι μια ακολουθία γειτονικών εδρών  $x = x_1, x_2, \dots, x_n = y$ , όπου  $x_i, i = 1, \dots, n$  συμβολίζει μία έδρα.

Δύο έδρες είναι γειτονικές, όταν έχουν μία κοινή ακμή π.χ. οι γειτονικές έδρες της έδρας 4 είναι οι 11, 14 και 18, ενώ της έδρας 9 οι 6, 11 και 19.

Θεωρούμε ότι το μυρμήγκι διανύει ένα *επιτρεπτό μονοπάτι* από την έδρα  $x$  στην έδρα  $y$ , όταν στο μονοπάτι δεν υπάρχει καμία έδρα του περισσότερες από μία φορές.

Να γραφεί πρόγραμμα το οποίο:

α) δοθείσης έδρας  $x$  (1 έως 20) να εμφανίζει στην οθόνη τις γειτονικές έδρες της  $x$ .

β) δοθέντων δύο εδρών  $x, y$  (1 έως 20) να εμφανίζει στην οθόνη ένα επιτρεπτό μονοπάτι από την  $x$  στην  $y$  (χωρίς υποχρεωτικά το μυρμήγκι να έχει επισκεφθεί και τις 20 έδρες) με το ελάχιστο πλήθος εδρών.

γ) δοθείσης αρχικής έδρας  $x$  (1 έως 20) να εμφανίζει στην οθόνη ένα επιτρεπτό μονοπάτι για το μυρμήγκι, έχοντας επισκεφθεί και τις 20 έδρες.

δ) θεωρώντας ότι:

1. το μυρμήγκι σε κάθε έδρα (1 έως 20), επειδή πρέπει να φάει για να δυναμώσει, κάνει ένα διάλειμμα με χρονική διάρκεια που υπολογίζεται πολλαπλασιάζοντας τον αριθμό της έδρας με τον αριθμό του βήματος που πρόκειται να εκτελέσει (το διάλειμμα της τελευταίας έδρας πρέπει να υπολογιστεί) και
2. η μετάβαση από μία έδρα στην επόμενη διαρκεί 1 δευτερόλεπτο,

το πρόγραμμα να υπολογίζει ένα επιτρεπτό μονοπάτι του μυρμηγκιού που να περνάει υποχρεωτικά από όλες τις έδρες του εικοσαέδρου και να έχει τη μικρότερη διάρκεια ταξιδιού. Οποιαδήποτε έδρα μπορεί να θεωρηθεί αρχική. Στην συνέχεια να εμφανίζεται στην οθόνη το παραπάνω μονοπάτι και η διάρκειά του, π.χ. το μονοπάτι [12, 2, 18, 5, 15, 7, 17, 10, 8, 20, 14, 4, 11, 13, 1, 19, 3, 16, 6, 9] έχει διάρκεια ταξιδιού:

$$(12 \times 1 + 1) + (2 \times 2 + 1) + (18 \times 3 + 1) + \dots + (6 \times 19 + 1) + (9 \times 20) = 2176.$$

ε) δοθέντων δύο εδρών  $x$  και  $y$  και θεωρώντας ότι δύο μυρμήγκια  $M1$  και  $M2$  αναχωρούν αντίστοιχα από τις δύο αυτές έδρες με σκοπό να επισκεφθούν όλες τις έδρες του εικοσαέδρου και με την προϋπόθεση ότι η επίσκεψη κάθε έδρας πραγματοποιείται μόνο μία φορά (από το  $M1$  ή το  $M2$ ), το πρόγραμμα να υπολογίζει δύο επιτρεπτά μονοπάτια, ένα για το μυρμήγκι  $M1$  και ένα δεύτερο για το  $M2$  έτσι ώστε κάθε ένα από τα δύο αυτά μονοπάτια να έχουν περίπου το ίδιο πλήθος εδρών. Στη συνέχεια να εμφανίζονται στην οθόνη τα δύο ανωτέρω μονοπάτια καθώς και το πλήθος των εδρών του καθενός.

π.χ. Αν  $x = 4$  και  $y = 10$ , τότε για το  $M1$  το μονοπάτι [4, 11, 13, 1, 7, 15, 5, 18, 2, 12] έχει πλήθος εδρών 10. Για το  $M2$  το μονοπάτι [10, 17, 3, 19, 9, 6, 14, 20, 8, 16] έχει πλήθος εδρών 10.

Διάρκεια εξέτασης 4 ώρες  
••• Κ Α Λ Η Ε Π Ι Τ Υ Χ Ι Α •••